

## УЧЕТ ФРАКТАЛЬНЫХ СВОЙСТВ ПУЛЬСИРУЮЩЕГО ТРАФИКА

к.т.н. Г.А. Кучук

Для учета фрактальных свойств пульсирующего трафика предлагается при моделировании использовать классическое распределение Парето или  $\alpha$ -устойчивое распределение, позволяющие учитывать долговременную зависимость.

For the account fractal properties of the pulsing traffic it is offered to use at modeling classical distribution Pareto or  $\alpha$ -steady the distribution, allowing to take into account long-term dependence.

Качество функционирования сложной телекоммуникационной системы (ТС) существенно зависит от выбранной модели обслуживания и процедур распределения трафика. Модель обслуживания определяет различные классы обслуживания и устанавливает распределение имеющихся сетевых ресурсов в соответствии с алгоритмами, базирующимися на трафиковом проекте, основная цель которого – заблаговременно предоставить достаточную пропускную способность для реального спроса.

При построении модели обслуживания основной задачей является выбор объекта трафикового управления. Современные сети обеспечения ТС, работающие с трафиковыми объединениями (например, LAN  $\leftrightarrow$  LAN), не могут дать гарантированного вида сетевого трафика. Поэтому модель обслуживания обычно основывается на промежуточном трафиковом объекте, описываемом последовательностями пакетов планируемых приложений. Измеренные трафиковые трассы для большинства приложений удовлетворяют свойствам фрактальности, отмечаемым на изображении трафика с амплитудной нормировкой. Для измеренных трафиковых трасс сложно выделить четкую структуру, однако фрактальный характер трафика позволяет учитывать при моделировании стохастическую природу многих объектов сети и событий, которые совместно влияют на сетевой трафик. При

выборе определенной характеристики стохастического нормированного временного ряда можно получить точное подобие математических объектов и асимптотическое подобие их конкретных выборок по заранее обоснованным критериям.

В области трафикового моделирования, основанного на реальных измерениях отдельных объектов, проведено много исследований [1 – 3], в которых трафиковые трассы анализируются на наличие, идентификацию и качественную оценку ряда характеристик, таких как фрактальность [1], наличие долговременной зависимости [2] и др. Ряд исследований, проведенных в среде современных корпоративных сетей передачи данных и Internet-систем [3], показал, что сетевой трафик проявляет изменчивость в широком диапазоне масштаба времени, причем в различных сетевых реализациях (исследования проводились для таких полярных случаев как использование Ethernet и АТМ [4], передача WWW-трафика и сжатого видеотрафика большой длительности [4]). Такая масштабно-инвариантная изменчивость не позволяет воспользоваться классическими моделями сетевого трафика, которые предполагают пульсационный характер лишь на коротких временных отрезках и сглаживают его на больших временных интервалах [5], в результате чего пропадает долговременная зависимость (Long-Range Dependence). А так как инвариантная к масштабу пульсирующая структура оказывает сильное влияние на производительность сети и является характерной особенностью современных ТС, то учет данного явления при моделировании сетевого трафика является **актуальной задачей**.

Рассмотрим подходы к моделированию сетевого трафика ИПИ с долговременной зависимостью (в дальнейшем LRD-трафика).

**Классическое распределение Парето (КРП)** традиционно используется при моделировании многих объектов рассматриваемого процесса, таких как размер дисковых файлов, WEB-страниц, пульсаций

данных и т.д., отличительной особенностью которых при исследовании долговременной зависимости является наличие так называемых «тяжелых хвостов» кривой распределения (НТ, heavy tail of distribution), для которых функция распределения при больших значениях случайной величины эквивалентна  $cx^{-\alpha}$ ,  $0 < \alpha < 2$  – индекс «хвоста» (хвост распределения затухает не по экспоненциальному, а по гиперболическому закону).

Плотность распределения (ПР) КРП рассчитывается как

$$f(x) = \alpha k^\alpha / x^{\alpha+1}, \quad \alpha > 0, k > 0, x > 0, \quad (1)$$

где  $\alpha$  – параметр формы распределения;  $k$  – нижний граничный параметр, а функция распределения (ФР) при  $x > k > 0$  и  $\alpha > 0$  ненулевая и равна

$$F(x) = 1 - (k/x)^\alpha. \quad (2)$$

При  $\alpha \leq 2$  дисперсия КРП бесконечна, при  $\alpha \leq 1$  бесконечно и математическое ожидание, а в других случаях:

$$m_x = \frac{\alpha k}{\alpha - 1} \quad (\alpha > 1); \quad D_x = \frac{\alpha k^2}{(\alpha - 1)^2 (\alpha - 2)} \quad (\alpha > 2). \quad (3)$$

Нормированный размах КРП оценивается показателем Херста, связанным с параметром формы распределения как [5]:

$$H = (3 - \alpha)/2. \quad (4)$$

Для статистического подбора распределения Парето используется много различных методов, позволяющих определить статические оценки параметров. Так, для метода максимального правдоподобия оценка параметра  $\alpha$  определяется как [6]:

$$\hat{\alpha} = (n - 1) / \left( \sum_{i=1}^n \lg \chi_i - n \lg \hat{k} \right), \quad (5)$$

где  $\hat{k} = \min(x_i)$  для случайной величины  $x = (x_1, \dots, x_n)$ .

Для моделирования датчика с параметрами рассматриваемой

случайной величины, найдем функцию, обратную ФР

$$F^{-1}(z) = \frac{k}{\sqrt[\alpha]{1-z}}, \quad z \in R[0, 1]. \quad (6)$$

**Моделирование трафика  $\alpha$ -устойчивым распределением.** КРП является самым простым НТ-распределением с гиперболическим степенным хвостом, общий вид которого можно описать характеристической функцией  $\alpha$ -устойчивого распределения

$$\theta_x(t) = e^{itm - |t|^\alpha (1 + i\beta \cdot \xi(t, \alpha))}, \quad (7)$$

где  $\xi(t, \alpha) = \text{sign} |\alpha - 1| \cdot \text{tg} \frac{\alpha\pi}{2} + \delta(\alpha - 1) \cdot \frac{2}{\pi} \text{lg}|t|$ ;  $\alpha \in (0; 2]$  –

характеристический показатель;  $\beta \in [-1; 1]$  – индекс симметрии;  $\gamma > 0$  – параметр рассеивания;  $m$  – параметр расположения,  $\delta(\bullet)$  –  $\delta$ -функция.

Показатель  $\alpha$  характеризует степень тяжести «хвоста» распределения. При  $\alpha = 2$   $\alpha$ -устойчивое распределение вырождается в нормальное (степень несходимости – нулевая), при уменьшении  $\alpha$  увеличивается степень несходимости, при этом дисперсия распределения становится бесконечной, что соответствует наличию аномально больших событий, достаточных для предотвращения сходимости. Индекс симметрии в рассматриваемом распределении существенно влияет на его характер при уменьшении  $\alpha$ . При  $\beta = 0$  распределение строго симметрично, при  $\beta < 0$  – сдвинуто влево, при  $\beta > 0$  – вправо. Параметр распределения  $\gamma$  характеризует дисперсию только при  $\alpha = 2$  ( $\sigma_x = \sqrt{2\gamma}$ ), а при  $\alpha < 2$  показывает размах распределения.

Варьирование вышеперечисленных параметров позволяет управлять хвостами НТ-распределений. Провести оценку данных параметров на основании статистических данных можно различными методами. На практике наиболее приемлемым является использование характеристической функции (7), так как она однозначно определяет НТ-распределение. Оценка

проводится на основании статистики  $\hat{\theta}_x(t) = \sum_{j=0}^N e^{itx_j} / N$ .

**Выводы.** Использование классического распределения Парето при моделировании трафика изолированного пульсирующего источника с долговременной зависимостью позволяет учесть фрактальный характер трафика. Для более точной аппроксимации трафика по имеющимся статистическим данным необходимо использовать  $\alpha$ -устойчивое распределение с соответствующими параметрами, оценку которого можно произвести с использованием соответствующей статистики.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Городецкий А.Я., Заборовский В.С. Информатика. Фрактальные процессы в компьютерных сетях. – С.-Пб.: СПбГТУ, 2000. – 102 с.
2. Олійник В.Ф. Основи теорії зв'язку. – К.: Техніка, 2000. – 150 с.
3. Королёв А.В., Кучук Г.А., Пашнев А.А. Адаптивная маршрутизация в корпоративных сетях. – Х.: ХВУ, 2003. – 224 с.
4. Современные высокоскоростные цифровые ТС. Ч. 2. Основы технологии АТМ / В.Н. Гордиенко, С.Н. Ксенофонов и др. – М.: МТУСИ, 1998. – 65 с.
5. Корнышев Ю.Н., Пшеничников А.П. Теория телетрафика. – М.: Радио и связь, 1996. – 272 с.
6. Cheng C.S., Thomas J.A. Effective bandwidth in high-speed digital networks // IEEE journal on selected Areas in Communications. – 1995. – V. 13. – P. 1091 – 1100.