Специальная теория относительности:
определение импульса и кинетической энергии
замкнутой системы постоянно взаимодействующих тел

Кочетков Виктор Николаевич

главный специалист ФГУП «Центр эксплуатации

объектов наземной космической инфраструктуры»

(ФГУП «ЦЭНКИ»)

vnkochetkov@gmail.com
vnkochetkov@rambler.ru
http://www.matphysics.ru

В статье делается попытка показать на конкретном примере, что применение специальной теории относительности при рассмотрении движения замкнутой механической системы тел в инерциальных системах отсчета может привести к тому, что импульс и кинетическая энергия замкнутой системы будут функциями времени.

PACS number: **03.30.+p**

Содержание

1. Введение

В специальной теории относительности зависимости импульса и кинетической энергии точечного тела от скорости его движения определены из условия обязательности выполнения законов сохранения импульса и энергии для замкнутой системы тел, взаимодействие которых носит кратковременный характер.

В статье предлагается рассмотреть в качестве примера замкнутую механическую систему тел, взаимодействие которых носит постоянный характер, для подтверждения применимости законов сохранения импульса и энергии в случае использования специальной теории относительности.

2. Описание замкнутой механической системы тел

Для рассмотрения возьмем простейшую замкнутую механическую систему тел, испытывающих постоянное взаимодействие.

Предположим, что имеется замкнутая механическая система тел, показанная на рис.1 и состоящая из точечных тел 1 и 2, имеющих равные массы M_{o} в состоянии покоя, и нити 3.

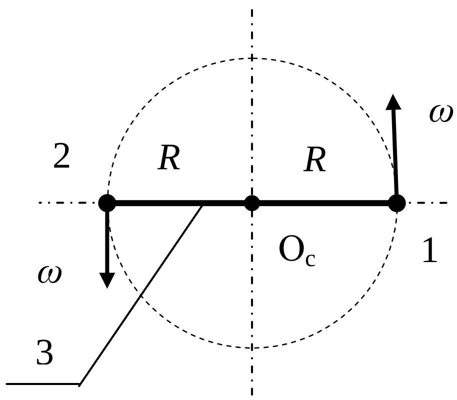

Рис.1

Тела 1 и 2 соединены нитью 3, в состоянии покоя имеющей равномерно распределенную по длине массу m_{o}.

Тела 1 и 2 (и нить 3) вращаются с угловой скоростью ω вокруг общего центра масс - точки O_{c}.

Расстояние от точечного тела 1 (тела 2) до точки O_{c} равно R.

Поместим рассматриваемую замкнутую механическую систему тел 1 и 2 с нитью 3 в инерциальную систему отсчета Оxyz таким образом, чтобы точка О$_c$ была бы неподвижна в этой системе отсчета и совпадала с началом координат О, а вращение тел 1 и 2 вокруг нее происходило бы против часовой стрелке в плоскости Оxy, как показано на рис.2.

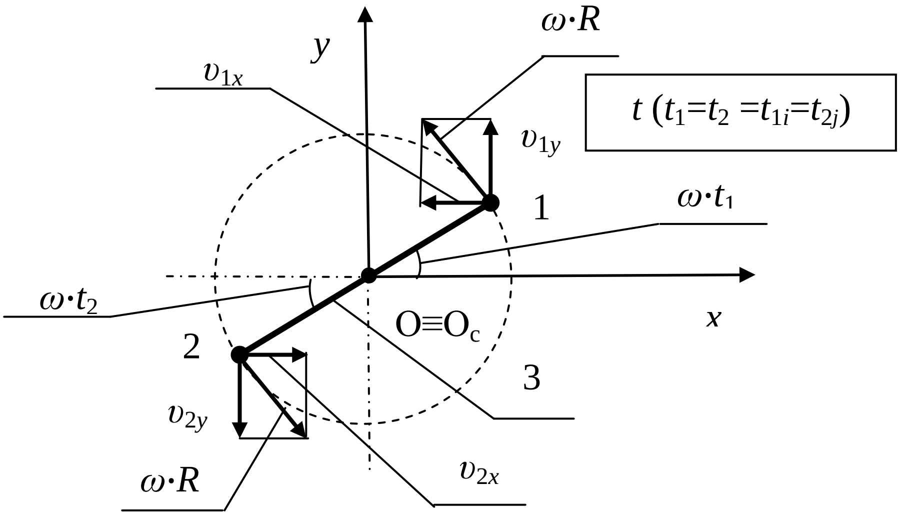

Рис.2

Также допустим, что в момент начала отсчета времени (t=0) в системе отсчета Оxyz тела 1 и 2 находились на оси Оx , причем тело 1 имело положительную координату, а тело 2 – отрицательную.

В системе отсчета Оxyz:

- тело 1 имеет координаты x_1 и y_1 и проекции υ_{1x} и υ_{1y} скорости на оси Оx и Оy соответственно в зависимости от момента времени t, равного t_1:

$$x_1 = R \cdot \cos(\omega \cdot t_1) \qquad (1)$$

$$y_1 = R \cdot \sin(\omega \cdot t_1) \qquad (2)$$

$$v_{1x} = -[\omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_1)] \qquad (3)$$

$$v_{1y} = [\omega \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_1)] \qquad (4)$$

- тело 2 имеет координаты x_2 и y_2 и проекции υ_{2x} и υ_{2y} скорости на оси Оx и Оy соответственно в зависимости от момента времени t, равного t_2:

$$x_2 = -[R \cdot \cos(\omega \cdot t_2)] \qquad (5)$$

$$y_2 = -[R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)] \qquad (6)$$

$$v_{2x} = \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_2) \qquad (7)$$

$$v_{2y} = -[\omega \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_2)] \qquad (8)$$

Введем еще одну инерциальную системы отсчета O'x'y'z', показанную на рис.3.

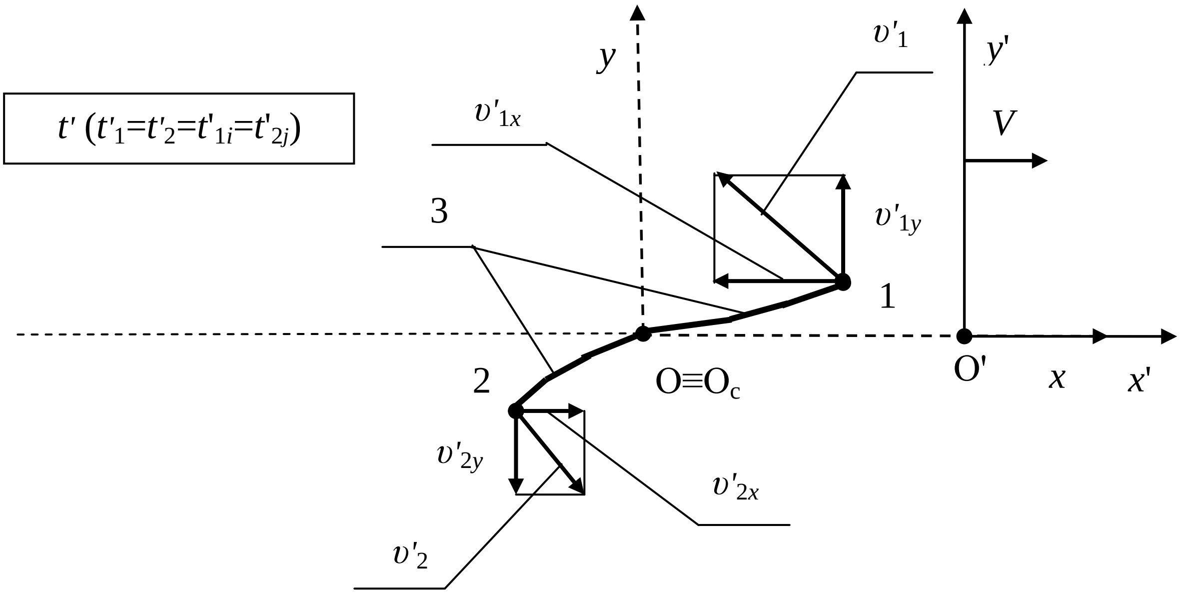

Рис.3

Допустим, что у инерциальных систем отсчета Oxyz и O'x'y'z' :

- сходные оси декартовых координат попарно параллельны и одинаково направлены;

- система O'x'y'z' движется относительно системы Oxyz с постоянной скоростью V вдоль оси Ox;

- в качестве начала отсчета времени (t=0 и t'=0) в обеих системах выбран тот момент, когда начала координат O и O' этих систем совпадали.

Опираясь на преобразования Лоренца и преобразования скоростей [1] можно записать:

- связь между координатами x'_1 и y'_1 тела 1 в момент времени t', равный t'_1 , в системе отсчета O'x'y'z' и координатами x_1 и y_1 тела 1 в системе отсчета Oxyz в момент времени t_1, соответствующий моменту времени t'_1 в системе отсчета O'x'y'z':

$$x'_1 = \frac{x_1 - (V \cdot t_1)}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \qquad (9)$$

$$y'_1 = y_1 \qquad (10)$$

где: c – постоянная величина в преобразованиях Лоренца (согласно предположению c равна скорости света в вакууме),

- связь между моментом времени t'_1 (события с телом 1) в системе отсчета O'x'y'z' и моментом времени t_1 (того же события с телом 1) в системе отсчета Oxyz, соответствующим моменту времени t'_1 в системе отсчета O'x'y'z':

$$t'_1 = \frac{t_1 - \dfrac{V \cdot x_1}{c^2}}{\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}} = \frac{t_1 - \dfrac{V \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_1)}{c^2}}{\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}} \qquad (11)$$

- связь между проекциями v'_{x1} и v'_{y1} на оси O'x' и O'y' скорости движения v'_1 тела 1 в момент времени t'_1 в системе отсчета O'x'y'z' и проекциями v_{x1} и v_{y1} на оси Ox и Oy скорости движения v_1 тела 1 в системе отсчета Oxyz в момент времени t_1, соответствующий моменту времени t'_1 в системе отсчета O'x'y'z':

$$v'_{x1} = \frac{v_{x1} - V}{1 - \dfrac{V \cdot v_{x1}}{c^2}} = -\frac{[\omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_1)] + V}{1 + \dfrac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_1)}{c^2}} \qquad (12)$$

$$v'_{y1} = \frac{v_{y1} \cdot \sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}}{1 - \dfrac{V \cdot v_{x1}}{c^2}} = \frac{\omega \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_1) \cdot \sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}}{1 + \dfrac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_1)}{c^2}} \qquad (13)$$

причем:

$$v'^2_1 = v'^2_{x1} + v'^2_{y1} =$$

$$= \frac{\left\{1 + \dfrac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_1)}{c^2}\right\}^2 - \left[\left(1 - \dfrac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \dfrac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}\right)\right]}{\left\{1 + \dfrac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_1)}{c^2}\right\}^2} \cdot c^2 \qquad (14)$$

- связь между координатами x'_2 и y'_2 тела 2 в момент времени t', равный t'_2 , в системе отсчета O'x'y'z' и координатами x_2 и y_2 тела 2 в системе отсчета Oxyz в момент времени t_2, соответствующий моменту времени t'_2 в системе отсчета O'x'y'z':

$$x'_2 = \frac{x_2 - (V \cdot t_2)}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \qquad (15)$$

$$y'_2 = y_2 \qquad (16)$$

- связь между моментом времени t'_2 (события с телом 2) в системе отсчета O'$x'y'$z' и моментом времени t_2 (того же события с телом 2) в системе отсчета Oxyz, соответствующим моменту времени t'_2 в системе отсчета O'$x'y'$z':

$$t'_2 = \frac{t_2 - \frac{V \cdot x_2}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{t_2 + \frac{V \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_2)}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \qquad (17)$$

- связь между проекциями v'_{x2} и v'_{y2} на оси O'x' и O'y' скорости движения v'_2 тела 2 в момент времени t'_2 в системе отсчета O'$x'y'$z' и проекциями v_{x2} и v_{y2} на оси Ox и Oy скорости движения v_2 тела 2 в системе отсчета Oxyz в момент времени t_2, соответствующий моменту времени t'_2 в системе отсчета O'$x'y'$z':

$$v'_{x2} = \frac{v_{x2} - V}{1 - \frac{V \cdot v_{x2}}{c^2}} = \frac{[\omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)] - V}{1 - \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)}{c^2}} \qquad (18)$$

$$v'_{y2} = \frac{v_{y2} \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{V \cdot v_{x2}}{c^2}} = -\frac{\omega \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_2) \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)}{c^2}} \qquad (19)$$

причем:

$$v'^2_2 = v'^2_{x2} + v'^2_{y2} =$$

$$= \frac{\left\{1 - \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)}{c^2}\right\}^2 - \left[\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}\right)\right]}{\left\{1 - \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)}{c^2}\right\}^2} \cdot c^2 \qquad (20)$$

Для рассмотрения нить 3 в состоянии покоя условно разделим на 2·n равных частей с размещением в центре каждой части точечного тела с массой покоя $m_{0\mathrm{n}}$, равной:

$$m_{0\mathrm{n}} = \frac{m_0}{2 \cdot \mathrm{n}} \qquad (21)$$

Точки нити 3, находящиеся на отрезке от точки O_c до тела 1, обозначим как i-тые точки (i = 0, 1, 2, 3, … n), а точки нити 3, расположенные на отрезке от точки O_c до тела 2, обозначим как j-тые точки (j = 0, 1, 2, 3, … n).

При этом расстояние R_i от точки O_c до i-той точки нити 3 равно:

$$R_i = R \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot n} + \frac{i-1}{n}\right) \qquad (22)$$

А расстояние R_j от точки O_c до j-той точки нити 3 определится как:

$$R_j = R \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot n} + \frac{j-1}{n}\right) \qquad (23)$$

В системе отсчета Oxyz :

- i-тая точка нити 3 имеет координаты x_{1i} и y_{1i} и проекции v_{1xi} и v_{1yi} скорости на оси Ox и Oy соответственно в зависимости от момента времени t, равного t_{1i} :

$$x_{1i} = R_i \cdot \cos(\omega \cdot t_{1i}) \qquad (24)$$

$$y_{1i} = R_i \cdot \sin(\omega \cdot t_{1i}) \qquad (25)$$

$$v_{1xi} = -[\omega \cdot R_i \cdot \sin(\omega \cdot t_{1i})] \qquad (26)$$

$$v_{1yi} = [\omega \cdot R_i \cdot \cos(\omega \cdot t_{1i})] \qquad (27)$$

- j-тая точка нити 3 имеет координаты x_{2j} и y_{2j} и проекции v_{2xj} и v_{2yj} скорости на оси Ox и Oy соответственно в зависимости от момента времени t, равного t_{2j}:

$$x_{2j} = -R_j \cdot \cos(\omega \cdot t_{2j}) \qquad (28)$$

$$y_{2j} = -R_j \cdot \sin(\omega \cdot t_{2j}) \qquad (29)$$

$$v_{2xj} = \omega \cdot R_j \cdot \sin(\omega \cdot t_{2j}) \qquad (30)$$

$$v_{2yj} = -[\omega \cdot R_j \cdot \cos(\omega \cdot t_{2j})] \qquad (31)$$

Аналогично используя преобразования Лоренца и преобразования скоростей [1] можно записать:

- связь между координатами x'_{1i} и y'_{1i} i-той точки нити 3 в момент времени t', равный t'_{1i} , в системе отсчета O'$x'y'z'$ и координатами x_{1i} и y_{1i} i-той точки нити 3 в системе отсчета Oxyz в момент времени t_{1i}, соответствующий моменту времени t'_{1i} в системе отсчета O'$x'y'z'$:

$$x'_{1i} = \frac{x_{1i} - (V \cdot t_{1i})}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \qquad (32)$$

$$y'_{1i} = y_{1i} \qquad (33)$$

- связь между моментом времени t'_{1i} (события с i-той точки нити 3) в системе отсчета O'$x'y'z'$ и моментом времени t_{1i} (того же события с i-той точки нити 3) в системе отсчета Oxyz, соответствующим моменту времени t'_{1i} в системе отсчета O'$x'y'z'$:

$$t'_{1i} = \frac{t_{1i} - \frac{V \cdot x_{1i}}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{t_{1i} - \frac{V \cdot R_i \cdot \cos(\omega \cdot t_{1i})}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \qquad (34)$$

- связь между проекциями v'_{x1i} и v'_{y1i} на оси O'x' и O'y' скорости движения v'_{1i} i-той точки нити 3 в момент времени t'_{1i} в системе отсчета O'$x'y'z'$ и проекциями v_{x1i} и v_{y1i} на оси Ox и Oy скорости движения v_{1i} i-той точки нити 3 в системе отсчета Oxyz в момент времени t_{1i}, соответствующий моменту времени t'_{1i} в системе отсчета O'$x'y'z'$:

$$v'_{x1i} = \frac{v_{x1i} - V}{1 - \frac{V \cdot v_{x1i}}{c^2}} = -\frac{[\omega \cdot R_i \cdot \sin(\omega \cdot t_{1i})] + V}{1 + \frac{V \cdot \omega \cdot R_i \cdot \sin(\omega \cdot t_{1i})}{c^2}} \qquad (35)$$

$$v'_{y1i} = \frac{v_{y1i} \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{V \cdot v_{x1i}}{c^2}} = \frac{\omega \cdot R_i \cdot \cos(\omega \cdot t_{1i}) \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 + \frac{V \cdot \omega \cdot R_i \cdot \sin(\omega \cdot t_{1i})}{c^2}} \qquad (36)$$

причем:

$$v'^{\,2}_{1i} = v'^{\,2}_{x1i} + v'^{\,2}_{y1i} =$$

$$= \frac{\left\{1 + \frac{V \cdot \omega \cdot R_i \cdot \sin(\omega \cdot t_{1i})}{c^2}\right\}^2 - \left[\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R_i^{\,2}}{c^2}\right)\right]}{\left\{1 + \frac{V \cdot \omega \cdot R_i \cdot \sin(\omega \cdot t_{1i})}{c^2}\right\}^2} \cdot c^2 \qquad (37)$$

- связь между координатами x'_{2j} и y'_{2j} j-той точки нити 3 в момент времени t', равный t'_{2j} , в системе отсчета O'$x'y'z'$ и координатами x_{2j} и y_{2j} j-той точки нити 3 в системе отсчета Oxyz в момент времени t_{2j}, соответствующий моменту времени t'_{2j} в системе отсчета O'$x'y'z'$:

$$x'_{2j} \ = \ \frac{x_{2j} \ - \left(V \cdot t_{2j}\right)}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \qquad (38)$$

$$y'_{2j} \ = \ y_{2j} \qquad (39)$$

- связь между моментом времени t'_{2j} (события с j-той точки нити 3) в системе отсчета O'$x'y'z'$ и моментом времени t_{2j} (того же события с j-той точки нити 3) в системе отсчета Oxyz, соответствующим моменту времени t'_{2j} в системе отсчета O'$x'y'z'$:

$$t'_{2j} \ = \ \frac{t_{2j} \ - \frac{V \ \cdot \ x_{2j}}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \ = \ \frac{t_{2j} + \frac{V \ \cdot R_j \ \cdot \cos\left(\omega \ \cdot \ t_{2j}\right)}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \qquad (40)$$

- связь между проекциями v'_{x2j} и v'_{y2j} на оси O'x' и O'y' скорости движения v'_{2j} j-той точки нити 3 в момент времени t'_{2j} в системе отсчета O'$x'y'z'$ и проекциями v_{x2j} и v_{y2j} на оси Ox и Oy скорости движения v_{2j} j-той точки нити 3 в системе отсчета Oxyz в момент времени t_{2j}, соответствующий моменту времени t'_{2j} в системе отсчета O'$x'y'z'$:

$$v'_{x2j} \ = \ \frac{v_{x2j} \ - \ V}{1 - \frac{V \ \cdot v_{x2j}}{c^2}} \ = \ \frac{\left[\omega \ \cdot R_j \ \ \cdot \sin\left(\omega \ \cdot \ t_{2j}\right)\right] - V}{1 - \frac{V \ \cdot \omega \ \cdot R_j \ \ \cdot \sin\left(\omega \ \cdot \ t_{2j}\right)}{c^2}} \qquad (41)$$

$$v'_{y2j} \ = \ \frac{v_{y2j} \ \cdot \ \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{V \ \cdot \ v_{x2j}}{c^2}} = - \ \frac{\omega \ \cdot R_j \ \ \cdot \cos\left(\omega \ \cdot \ t_{2j}\right) \ \cdot \ \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{V \ \cdot \omega \ \cdot R_j \ \cdot \sin\left(\omega \ \cdot \ t_{2j}\right)}{c^2}} \qquad (42)$$

причем:

$$v'_{2j}{}^2 = \ v'_{x2j}{}^2 + \ v'_{y2j}{}^2 =$$

$$= \frac{\left\{1 - \frac{V \cdot \omega \ \cdot R_j \ \cdot \sin\left(\omega \cdot t_{2j}\right)}{c^2}\right\}^2 - \left[\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \ \cdot R_j{}^2}{c^2}\right)\right]}{\left\{1 - \frac{V \ \cdot \omega \ \cdot R_j \cdot \sin\left(\omega \ \cdot \ t_{2j}\right)}{c^2}\right\}^2} \cdot c^2 \qquad (43)$$

3. Получение уравнений импульса и кинетической энергии системы

Используя зависимости импульса и кинетической энергии движущегося тела от его скорости движения [1], можем записать следующие формулы:

- формулы для импульса P'_1 тела 1 и его проекций P'_{x1} и P'_{y1} на оси O'x' и O'y' в системе отсчета O'x'y'z' в момент времени t'_1 , соответствующий моменту времени t_1 в системе отсчета Oxyz (используя формулы (12)-(14)):

$$P'_{x1} = \frac{v'_{x1} \cdot M_0}{\sqrt{1 - \frac{{v'_1}^2}{c^2}}} = -\frac{M_0 \cdot \{[\omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_1)] + V\}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} \qquad (44)$$

$$P'_{y1} = \frac{v'_{y1} \cdot M_0}{\sqrt{1 - \frac{{v'_1}^2}{c^2}}} = \frac{M_0 \cdot \omega \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_1)}{\sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} \qquad (45)$$

$$P'_1 = \frac{v'_1 \cdot M_0}{\sqrt{1 - \frac{{v'_1}^2}{c^2}}} = M_0 \cdot c \cdot \sqrt{\frac{\left\{1 + \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_1)}{c^2}\right\}^2}{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}\right)} - 1} \qquad (46)$$

- формулы для кинетической энергии E'_1 тела 1 в системе отсчета O'x'y'z' в момент времени t'_1 , соответствующий моменту времени t_1 в системе отсчета Oxyz (используя формулу (14)):

$$E'_1 = M_0 \cdot c^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{{v'_1}^2}{c^2}}} - 1 \right) =$$

$$= M_0 \cdot c^2 \cdot \left\{ \frac{\left[1 + \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_1)}{c^2}\right]}{\sqrt{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}\right)}} - 1 \right\} \qquad (47)$$

- формулы для импульса P'_2 тела 2 и его проекций P'_{x2} и P'_{y2} на оси O'x' и O'y' в системе отсчета O'x'y'z' в момент времени t'_2 , соответствующий моменту времени t_2 в системе отсчета Oxyz (используя формулы (18)-(20)):

$$P'_{x2} = \frac{v'_{x2} \cdot M_0}{\sqrt{1 - \frac{{v'_2}^2}{c^2}}} = \frac{M_0 \cdot \{[\omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)] - V\}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} \qquad (48)$$

$$P'_{y2} = \frac{v'_{y2} \cdot M_0}{\sqrt{1 - \frac{{v'_2}^2}{c^2}}} = -\frac{M_0 \cdot \omega \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_2)}{\sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} \qquad (49)$$

$$P'_2 = \frac{v'_2 \cdot M_0}{\sqrt{1 - \frac{{v'_2}^2}{c^2}}} = M_0 \cdot c \cdot \sqrt{\frac{\left\{1 - \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)}{c^2}\right\}^2}{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}\right)} - 1} \qquad (50)$$

- формулы для кинетической энергии E'_2 тела 2 в системе отсчета O'x'y'z' в момент времени t'_2, соответствующий моменту времени t_2 в системе отсчета Oxyz (используя формулу (20)):

$$E'_2 = M_0 \cdot c^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{{v'_2}^2}{c^2}}} - 1\right) =$$

$$= M_0 \cdot c^2 \cdot \left\{\frac{\left[1 - \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)}{c^2}\right]}{\sqrt{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}\right)}} - 1\right\} \qquad (51)$$

- формулы для импульса P'_{1i} i-той точки нити 3 и ее проекций P'_{x1i} и P'_{y1i} на оси O'x' и O'y' в системе отсчета O'x'y'z' в момент времени t'_{1i}, соответствующий моменту времени t_{1i} в системе отсчета Oxyz (используя формулы (35)-(37)):

$$P'_{x1i} = \frac{v'_{x1i} \cdot m_{0\text{n}}}{\sqrt{1 - \frac{{v'_{1i}}^2}{c^2}}} = -\frac{m_{0\text{n}} \cdot \{[\omega \cdot R_i \cdot \sin(\omega \cdot t_{1i})] + V\}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot {R_i}^2}{c^2}}} \qquad (52)$$

$$P'_{y1i} = \frac{v'_{y1i} \cdot m_{0\text{n}}}{\sqrt{1 - \frac{{v'_{1i}}^2}{c^2}}} = \frac{m_{0\text{n}} \cdot \omega \cdot R_i \cdot \cos(\omega \cdot t_{1i})}{\sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot {R_i}^2}{c^2}}} \qquad (53)$$

$$P'_{1i}=\frac{v'_{1i}\cdot\ \ m_{0\text{n}}}{\sqrt{1-\frac{{v'_{1i}}^2}{c^2}}}=m_{0\text{n}}\ \cdot c\cdot\sqrt{\frac{\left\{1+\frac{V\cdot\omega\ R_i\ \cdot\sin(\omega\cdot t_{1i})}{c^2}\right\}^2}{\left(1-\frac{V^2}{c^2}\right)\cdot\left(1-\frac{\omega^2\ \cdot {R_i}^2}{c^2}\right)}-1}\qquad(54)$$

- формулы для кинетической энергии E'_{1i} i-той точки нити 3 в системе отсчета O'x'y'z' в момент времени t'_{1i} , соответствующий моменту времени t_{1i} в системе отсчета Oxyz (используя формулу (37)):

$$E'_{1i}=m_{0\text{n}}\ \cdot c^2\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{{v'_{1i}}^2}{c^2}}}-1\right)=$$

$$=m_{0\text{n}}\ \cdot c^2\cdot\left\{\frac{\left[1+\frac{V\cdot\omega\cdot R_i\ \cdot\sin(\omega\cdot t_{1i})}{c^2}\right]}{\sqrt{\left(1-\frac{V^2}{c^2}\right)\cdot\left(1-\frac{\omega^2\ \cdot {R_i}^2}{c^2}\right)}}-1\right\}\qquad(55)$$

- формулы для импульса P'_{2j} j-той точки нити 3 и ее проекций P'_{x2j} и P'_{y2j} на оси O'x' и O'y' в системе отсчета O'x'y'z' в момент времени t'_{2j} , соответствующий моменту времени t_{2j} в системе отсчета Oxyz (используя формулы (41)-(43)):

$$P'_{x2j}=\frac{v'_{x2j}\cdot\ \ m_{0\text{n}}}{\sqrt{1-\frac{{v'_{2j}}^2}{c^2}}}=\frac{m_{0\text{n}}\ \cdot\left\{\left[\omega\ \cdot R_j\ \ \cdot\sin\left(\omega\ \cdot\ t_{2j}\right)\right]-V\right\}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}\cdot\sqrt{1-\frac{\omega^2\ \cdot {R_j}^2}{c^2}}}\qquad(56)$$

$$P'_{y2j}=\frac{v'_{y2j}\cdot\ \ m_{0\text{n}}}{\sqrt{1-\frac{{v'_{2j}}^2}{c^2}}}=-\frac{m_{0\text{n}}\ \cdot\ \omega\ \cdot R_j\ \ \cdot\cos\left(\omega\ \cdot\ t_{2j}\right)}{\sqrt{1-\frac{\omega^2\ \cdot {R_j}^2}{c^2}}}\qquad(57)$$

$$P'_{2j}=\frac{v'_{2j}\ \cdot\ \ m_{0\text{n}}}{\sqrt{1-\frac{{v'_{2j}}^2}{c^2}}}=m_{0\text{n}}\ \cdot c\cdot\sqrt{\frac{\left\{1-\frac{V\cdot\omega\cdot R_j\cdot\sin\left(\omega\cdot t_{2j}\right)}{c^2}\right\}^2}{\left(1-\frac{V^2}{c^2}\right)\cdot\left(1-\frac{\omega^2\ \cdot {R_j}^2}{c^2}\right)}-1}\qquad(58)$$

- формулы для кинетической энергии E'_{2j} j-той точки нити 3 в системе отсчета O'x'y'z' в момент времени t'_{2j}, соответствующий моменту времени t_{2j}

в системе отсчета O*xyz* (используя формулу (43)):

$$E'_{2j} = m_{0\text{n}} \cdot c^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{{v'_{2j}}^2}{c^2}}} - 1 \right) =$$

$$= m_{0\text{n}} \cdot c^2 \cdot \left\{ \frac{\left[1 - \frac{V \cdot \omega \cdot R_j \cdot \sin(\omega \cdot t_{2j})}{c^2}\right]}{\sqrt{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot {R_j}^2}{c^2}\right)}} - 1 \right\} \qquad (59)$$

Для определения величин импульса и кинетической энергии системы тел 1 и 2 и нити 3 в системе отсчета O'*x*'*y*'z' в момент времени t' необходимо, чтобы моменты времени t'_1, t'_2, t'_{1i} , и t'_{2j} (формулы (11), (17), (34) и (40)) были равны между собой и равны t', т.е.:

$$t' = t'_1 = t'_2 = t'_{1i} = t'_{2j} = \frac{t_1 - \frac{V \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_1)}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} =$$

$$= \frac{t_2 + \frac{V \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_2)}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{t_{1i} - \frac{V \cdot R_i \cdot \cos(\omega \cdot t_{1i})}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} =$$

$$= \frac{t_{2j} + \frac{V \cdot R_j \cdot \cos(\omega \cdot t_{2j})}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \qquad (60)$$

Учитывая, что система отсчета O'*x*'*y*'z' является инерциальной, можно записать следующие формулы для кинетической энергии E' и проекций P'_x и P'_y на оси O'*x*' и O'*y*' импульса P' замкнутой механической системы, состоящей из тел 1 и 2 и нити 3, для момента времени t' в системе отсчета O'*x*'*y*'z':

$$P'_x = P'_{x1} + P'_{x2} + \sum_{1}^{i=n} P'_{x1i} + \sum_{1}^{j=n} P'_{x2j} \qquad (61)$$

$$P'_y = P'_{y1} + P'_{y2} + \sum_{1}^{i=n} P'_{y1i} + \sum_{1}^{j=n} P'_{y2j} \qquad (62)$$

$$P' = \sqrt{{P'_x}^2 + {P'_y}^2} \qquad (63)$$

$$E' = E'_1 + E'_2 + \sum_{1}^{i=n} E'_{1i} + \sum_{1}^{j=n} E'_{2j} \qquad (64)$$

4. Результаты расчета числового примера

Для получения наглядного изображения зависимости импульса P' и кинетической энергии E' замкнутой механической системы, состоящей из тел 1 и 2 и нити 3, от времени t' в инерциальной системе отсчета $O'x'y'z'$ можно рассмотреть числовой пример, введя следующие произвольно выбранные исходные данные:

$$\frac{V}{c} = 0{,}9 \qquad (65)$$

$$\frac{\omega \cdot R}{c} = 0{,}8 \qquad (66)$$

$$\frac{m_0}{M_0} = 0{,}1 \qquad (67)$$

$$n = 10 \qquad (68)$$

Расчет можно провести по следующей схеме:

- задавая значения момента времени t' (допустим, что t' имеет значения: $-2R/c$, $-R/c$, 0, R/c … $21R/c$) и используя формулу (60), определяем значения моментов времени t_1, t_2, t_{1i} и t_{2j};

- далее определяем значения кинетической энергии E'_1 и проекций P'_{x1} и P'_{y1} импульса P'_1 тела 1 (формулы (44), (45) и (47)), кинетической энергии E'_2 и проекций P'_{x2} и P'_{y2} импульса P'_2 тела 2 (формулы (48), (49) и (51)), кинетических энергий E'_{1i} и проекций P'_{x1i} и P'_{y1i} импульсов P'_{1i} i-тых точек нити 3 (формулы (52), (53) и (55)), кинетических энергий E'_{2j} и проекций P'_{x2j} и P'_{y2j} импульсов P'_{2j} j-тых точек нити 3 (формулы (56), (57) и (59)) для различных моментов времени t' в инерциальной системе отсчета O'$x'y'z'$;

- затем для различных моментов времени t' в инерциальной системе отсчета O'$x'y'z'$ определяем значения кинетической энергии E' (формула (64)), проекций P'_x и P'_y импульса P' системы тел 1 и 2 и нити 3 (формулы (61) и (62)), абсолютной величины $|P'|$ импульса P', используя формулу (63), а также значения угла α' между направлением вектора импульса P' и осью O'x', определяемого по формуле:

$$\alpha' = arctg\left(\frac{P'_y}{P'_x}\right) \qquad (69)$$

Результаты расчета приведены в графиках:

- график зависимости абсолютной величины $|P'|$ импульса P' системы тел 1 и 2 и нити 3 от величины времени t' (с учетом и без учета массы нити 3), изображенный на рис.4;

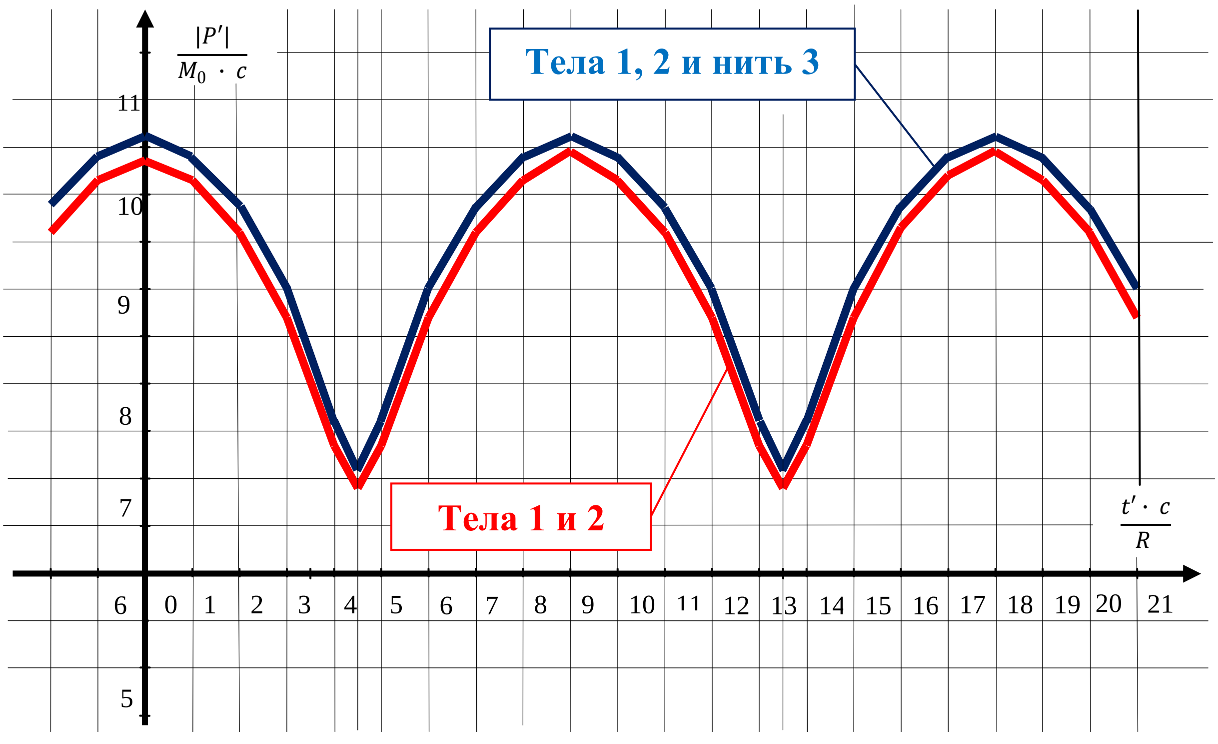

Рис.4

- график зависимости величины угла α' между направлением вектора импульса P' системы тел 1 и 2 и нити 3 и осью O'x' от величины времени t' (с учетом и без учета массы нити 3), изображенный на рис.5;

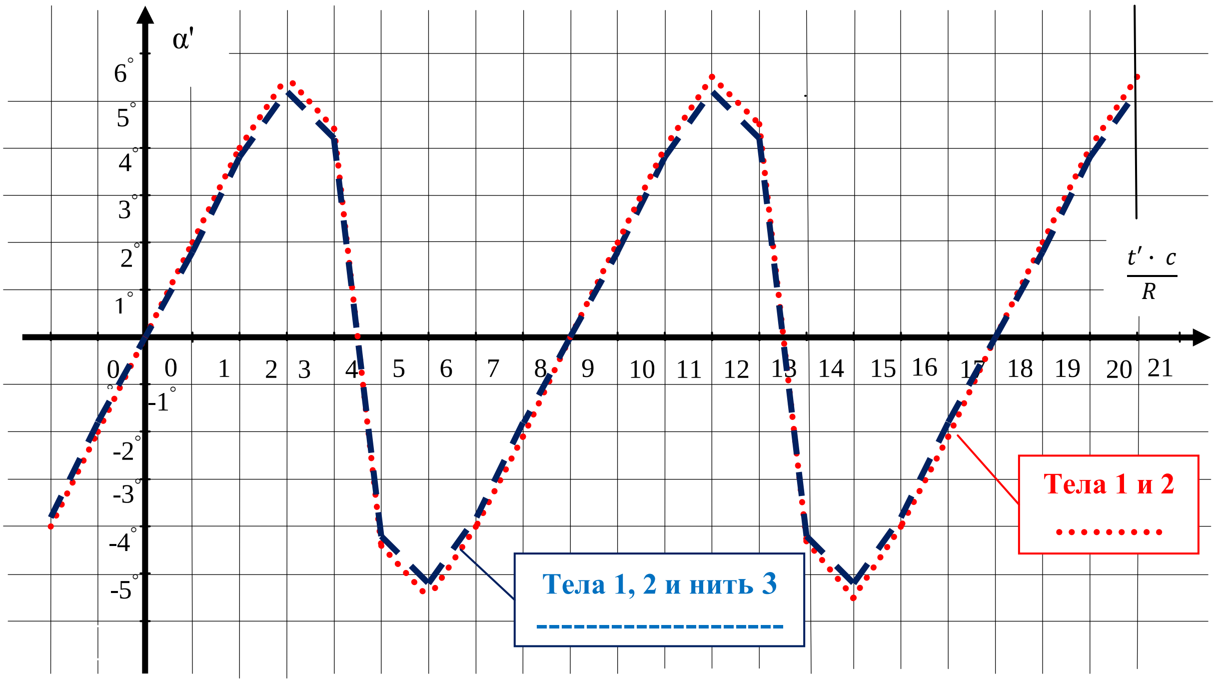

Рис.5

- график зависимости кинетической энергии *E*' системы тел 1 и 2 и нити 3 от величины времени *t*' (с учетом и без учета массы нити 3), изображенный на рис.6;

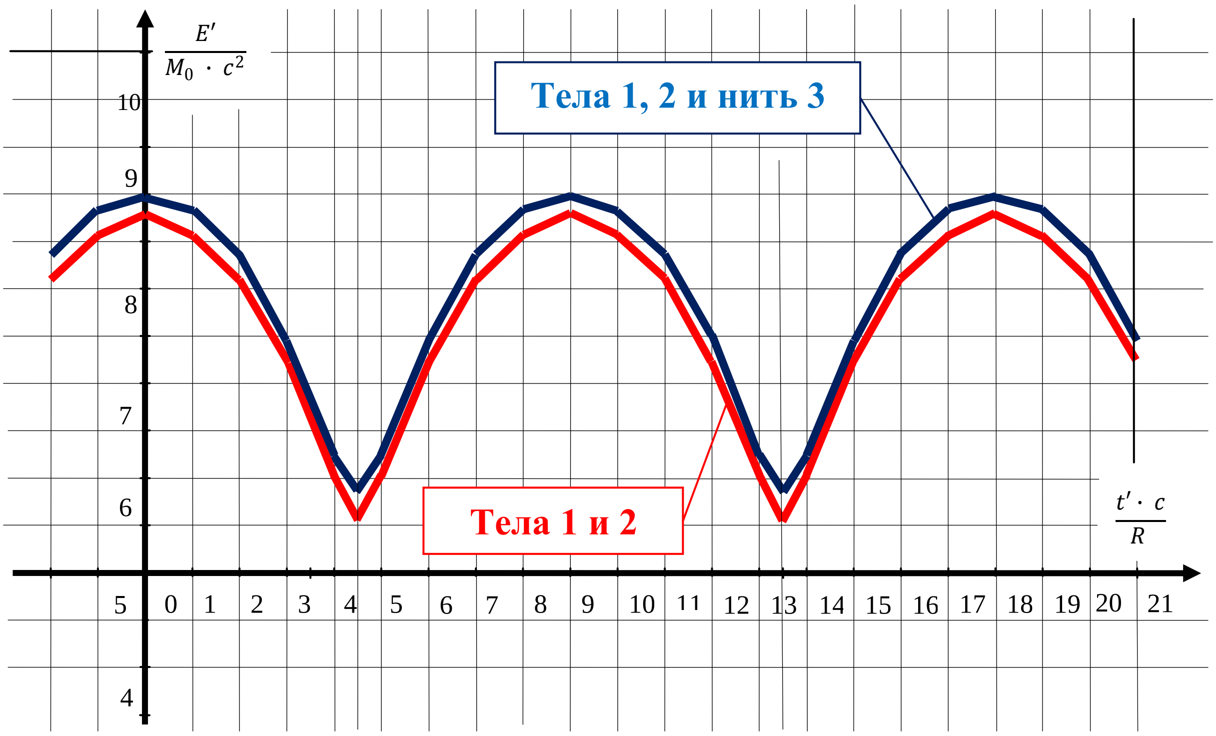

Рис.6

В результате расчета было получено, что использование специальной теории относительности приводит к тому, что в инерциальной системе отсчета O'*x*'*y*'*z*' замкнутая механическая система тел 1 и 2 и нити 3 имеет переменный во времени t' по абсолютной величине и направлению вектор импульса P' и переменное во времени t' значение кинетической энергии E' (т.е. кинетическая энергия E' и импульс P' этой замкнутой системы являются функциями времени t'), что противоречит закону сохранения импульса и закону сохранения энергии (если верно предположение, что если в одной инерциальной системе отсчета у замкнутой механической системы и ее составляющих не происходит изменение величины потенциальной энергии, то и в любой другой инерциальной системе отсчета у этой же замкнутой механической системы и ее составляющих не будет происходить изменение величины потенциальной энергии).

В итоге можно сделать вывод, что в инерциальной системе отсчета $O'x'y'z'$ применение специальной теории относительности при описании движения замкнутой механической системы тел, рассматриваемой в данном примере, приводит к невыполнению закона сохранения импульса и закона сохранения энергии (т.к. в замкнутой механической системе происходит изменение величины кинетической энергии без изменения величины потенциальной энергии).

5. Заключение

В заключение можно отметить, что использование специальной теории относительности при рассмотрении отдельных примеров может привести к невыполнению законов сохранения импульса и энергии замкнутой механической системы в инерциальных системах отсчета.

Список литературы

1. Яворский Б.М., Детлаф А.А., Справочник по физике, Наука, Москва (1980).

Автор В.Н. Кочетков

E-mail: VNKochetkov@gmail.com .

E-mail: VNKochetkov@rambler.ru .

Сайт: http://www.matphysics.ru .