

**Специальная теория относительности:
линейный пример нарушения законов сохранения
импульса**

Кочетков Виктор Николаевич
главный специалист ФГУП «Центр эксплуатации
объектов наземной космической инфраструктуры»
(ФГУП «ЦЭНКИ»)

vnkochetkov@gmail.com

vnkochetkov@rambler.ru

<http://www.matphysics.ru>

В статье делается попытка показать, что использование специальной теории относительности может привести к нарушению закона сохранения импульса замкнутой механической системы, состоящей из тел, расположенных на одной линии и взаимодействии которых носит постоянный характер, в инерциальных системах отсчета.

PACS number: **03.30.+p**

Содержание

- 1. Введение (2).**
- 2. Описание замкнутой механической системы тел (2).**
- 3. Определение условия выполнения закона сохранения импульса (11).**
- 4. Заключение (15).**
- Список литературы (15).**

1. Введение

Как показано в [1] на примере плоской замкнутой механической системы тел, взаимодействие которых носит постоянный характер, применение специальной теории относительности может привести к тому, что в инерциальной системе отсчета импульс и кинетическая энергия замкнутой механической системы будут переменными по времени величинами.

Предлагается рассмотреть возможность нарушения закона сохранения импульса у линейной замкнутой механической системы тел, взаимодействие которых носит постоянный характер, в инерциальной системе отсчета.

2. Описание замкнутой механической системы тел

Для рассмотрения возьмем простейшую замкнутую механическую систему тел, испытывающих постоянное взаимодействие и совершающих прямолинейные движения.

Предположим, что имеется замкнутая механическая система тел, показанная на рис.1 и состоящая из пружины 3 и тел 1 и 2, имеющих равные массы M_0 в состоянии покоя.

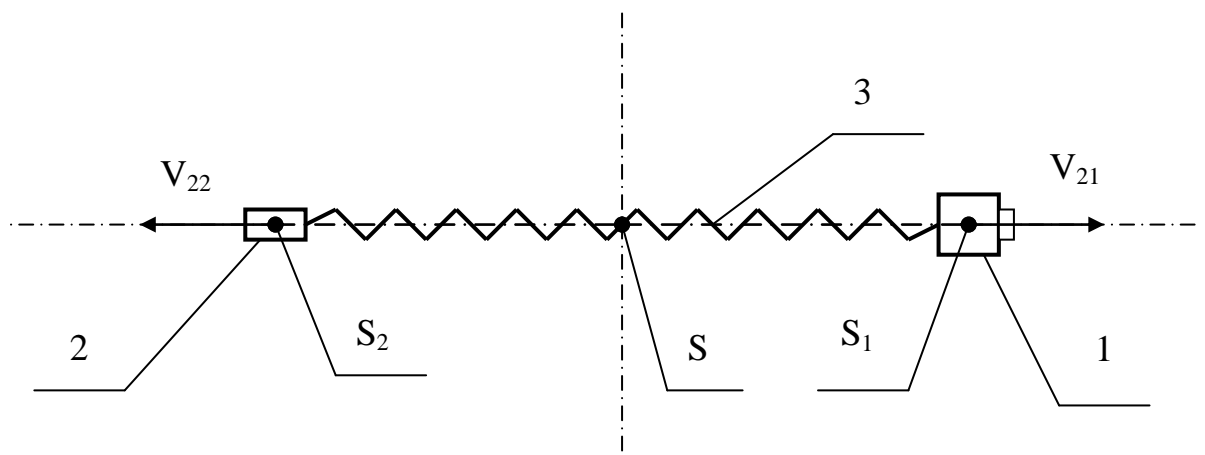


Рис. 1

Тела 1 и 2 соединены с абсолютно упругой пружиной 3, масса которой бесконечно мала по сравнению с массами тел 1 и 2.

Под действием пружины 3 тела 1 и 2 совершают симметричные линейные возвратно-поступательные движения относительно общего центра масс системы тел 1 и 2 - точки S .

Центр масс тела 1 - точка S_1 и центр масс тела 2 - точка S_2 постоянно находятся на одной прямой линии, проходящей через точки S , S_1 и S_2 .

Поместим рассматриваемую замкнутую механическую систему тел 1 и 2 с пружиной 3 в инерциальную систему отсчета $O_2x_2y_2z_2$ таким образом, чтобы точка S была бы неподвижна в этой системе отсчета и совпадала с началом координат O_2 , а точки S_1 и S_2 находились бы на оси O_2x_2 , как показано на рис. 2.

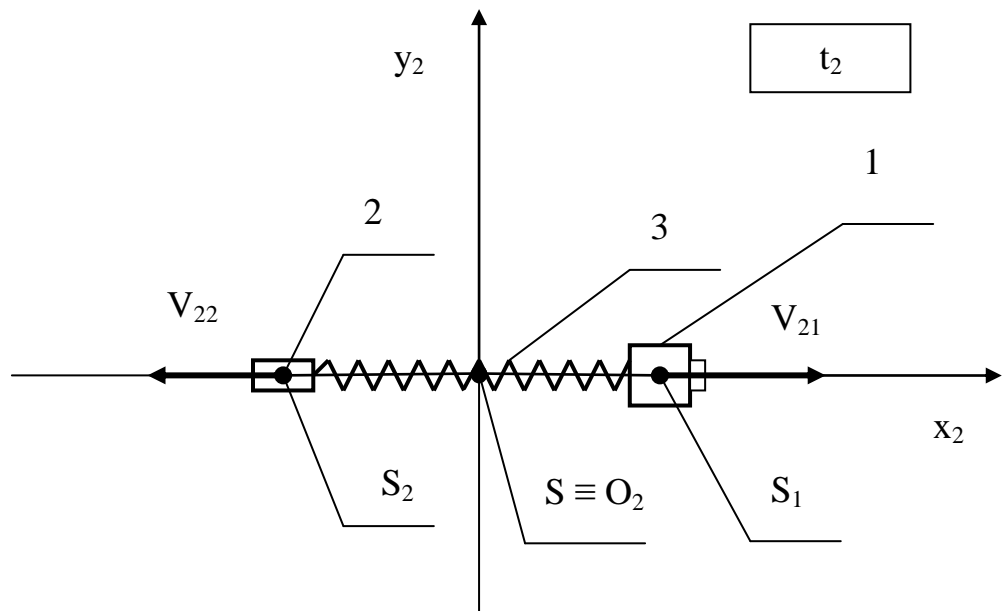


Рис. 2

В инерциальной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ тела 1 и 2 совершают симметричные движения, периодически повторяющиеся через время t_{2n} (период колебания системы тел 1 и 2).

Предположим, что в момент начала отсчета времени ($t_2=0$) в системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ пружина 3 полностью сжата, тела 1 и 2 находятся в состоянии покоя, причем точка S_1 совпадает с точкой S_2 , точкой S и началом координат O_2 (допустим, что добились этого конструктивно).

Зависимости координат x_{21} и x_{22} положений центров масс S_1 и S_2 и скоростей движения V_{21} и V_{22} тел 1 и 2 соответственно от времени t_2 в

инерциальной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ изображены на рис.3.

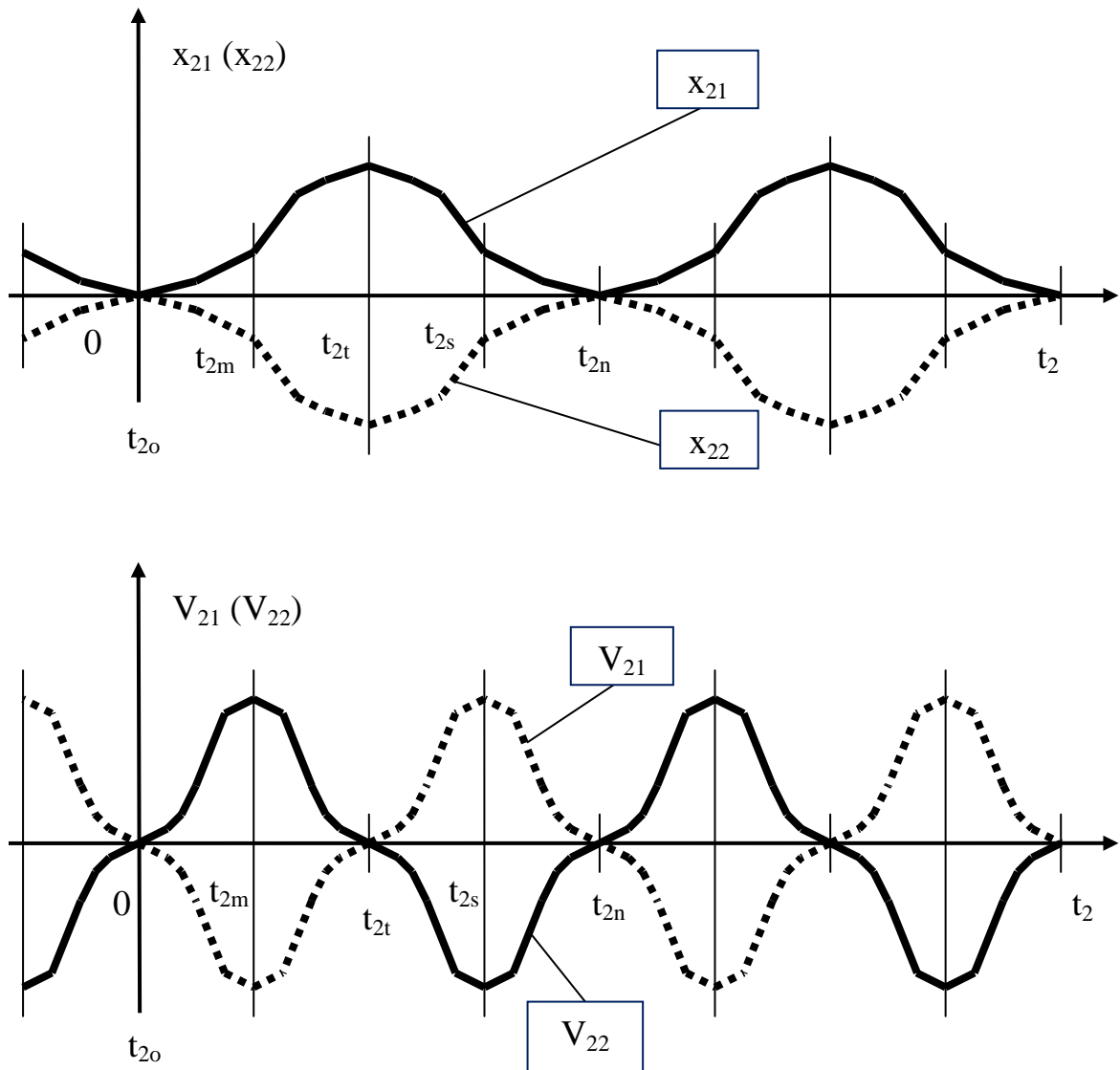


Рис.3

В момент начала отсчета времени t_{20} , когда $t_2=0$, в инерциальной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$: пружина 3 полностью сжата (пружина 3 имеет максимальное значение потенциальной энергии сжатия), тела 1 и 2 находятся в состоянии покоя, точка S_1 совпадает с точками S_2 и S и началом координат O_2 .

С момента времени t_{20} по момент времени t_{2m} : пружина 3 разжимается и расталкивает тела 1 и 2 в разные стороны, потенциальная энергия сжатия пружины 3 переходит в кинетические энергии тел 1 и 2 (абсолютные величины скоростей V_{21} и V_{22} движения тел 1 и 2 соответственно будут

постепенно возрастать).

В момент времени t_{2m} : пружина 3 будет полностью разжата (потенциальная энергия пружины 3 будет равна нулю), тела 1 и 2 будут иметь максимальные по абсолютной величине скорости движения и максимальные значения кинетических энергий.

С момента времени t_{2m} по момент времени t_{2t} : пружина 3 растягивается, а тела 1 и 2 замедляются, кинетические энергии тел 1 и 2 переходят в потенциальную энергию растяжения пружины 3.

В момент времени t_{2t} : тела 1 и 2 останавливаются (кинетические энергии тел 1 и 2 равны нулю), а пружина 3 полностью растянута (кинетические энергии тел 1 и 2 перешли полностью в потенциальную энергию растяжения пружины 3, которая в момент времени t_{2t} достигает своего максимального значения).

С момента времени t_{2t} по момент времени t_{2s} : пружина 3 сжимается, а тела 1 и 2 ускоряются, потенциальная энергия растяжения пружины 3 переходит в кинетические энергии тел 1 и 2.

В момент времени t_{2s} : пружина 3 будет полностью разжата (потенциальная энергия пружины 3 будет равна нулю), тела 1 и 2 будут иметь максимальные по абсолютной величине скорости V_{21} и V_{22} движения и максимальные значения кинетических энергий.

С момента времени t_{2s} по момент времени t_{2n} : пружина 3 сжимается, а тела 1 и 2 замедляются, кинетические энергии тел 1 и 2 переходят в потенциальную энергию сжатия пружины 3.

В момент времени t_{2n} : пружина 3 полностью сжата (пружина 3 имеет максимальное значение потенциальной энергии сжатия), тела 1 и 2 находятся в состоянии покоя, точка S_1 совпадает с точками S_2 и S и началом координат O_2 .

Для упрощения дальнейшего рассмотрения предположим, что тела 1 и 2 являются точечными.

В инерциальной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$, исходя из симметрии (в

любой момент времени t_2 массы тел 1 и 2 одинаковы, центр S масс тел 1 и 2 совпадает с началом координат O_2), для любого момента времени t_2 связь между координатой x_{21} тела 1 и координатой x_{22} тела 2 запишется следующим образом:

$$x_{21} = -x_{22} \quad (1)$$

а связь между скоростью V_{21} движения тела 1 и скоростью V_{22} движения тела 2 будет иметь вид:

$$V_{21} = -V_{22} \quad (2)$$

Введем инерциальную систему отсчета $O_1x_1y_1z_1$, показанную на рис.4.

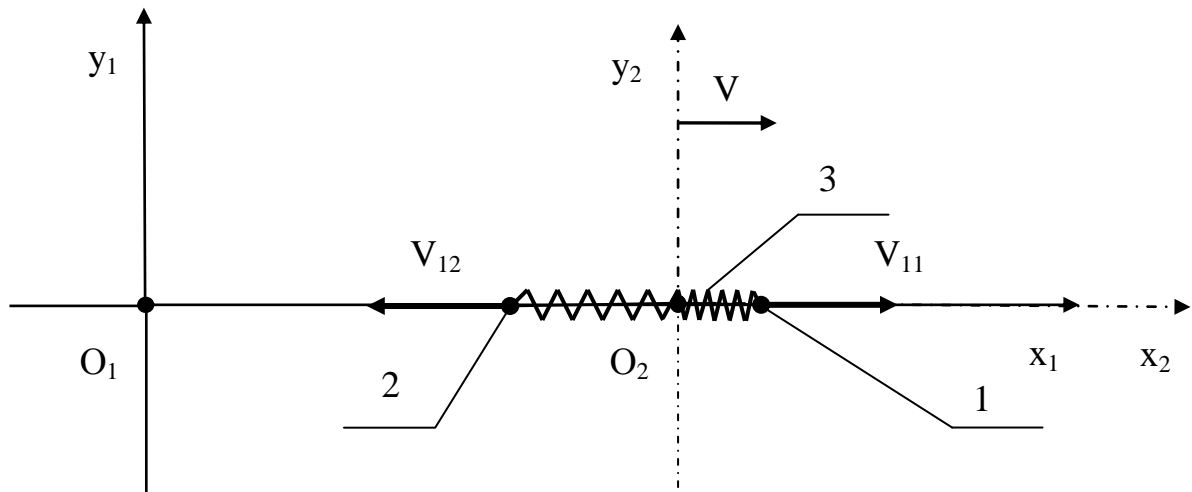


Рис. 4

Допустим, что у инерциальных систем отсчета $O_1x_1y_1z_1$ и $O_2x_2y_2z_2$:

- сходные оси декартовых координат попарно параллельны и одинаково направлены;

- система $O_2x_2y_2z_2$ движется относительно системы $O_1x_1y_1z_1$ с постоянной скоростью V вдоль оси O_1x_1 ;

- в качестве начала отсчета времени ($t_1=0$ и $t_2=0$) в обеих системах выбран тот момент, когда начала координат O_1 и O_2 этих систем совпадали.

Если рассматривать движение системы тел 1 и 2 (и пружины 3) в инерциальных системах отсчета $O_1x_1y_1z_1$ и $O_2x_2y_2z_2$, то опираясь преобразования Лоренца [2], можно написать связь между координатой x_{11} тела 1 в момент времени t_{11} в системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ и координатой x_{21}

тела 1 в системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ в момент времени t_{21} , соответствующий моменту времени t_{11} в системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$:

$$x_{11} = \frac{x_{21} + (V \cdot t_{21})}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad (3)$$

$$x_{21} = \frac{x_{11} - (V \cdot t_{11})}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad (4)$$

где: c – скорость света в вакууме.

Аналогично можно записать связь между координатой x_{12} тела 2 в момент времени t_{12} в системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ и координатой x_{22} тела 2 в системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ в момент времени t_{22} , соответствующий моменту времени t_{12} в системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$:

$$x_{12} = \frac{x_{22} + (V \cdot t_{22})}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad (5)$$

$$x_{22} = \frac{x_{12} - (V \cdot t_{12})}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad (6)$$

В соответствии с преобразованиями скоростей [2] связь между скоростью V_{21} движения тела 1 в момент времени t_{21} в системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ и скоростью V_{11} движения тела 1 в системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ в момент времени t_{11} , соответствующий моменту времени t_{21} в системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$, будет выглядеть в следующем виде:

$$V_{21} = \frac{V_{11} - V}{1 - \frac{V \cdot V_{11}}{c^2}} \quad (7)$$

$$V_{11} = \frac{V_{21} + V}{1 + \frac{V \cdot V_{21}}{c^2}} \quad (8)$$

Аналогично связь между скоростью V_{22} движения тела 2 в момент времени t_{22} в системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ и скоростью V_{12} движения тела 2 в системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ в момент времени t_{12} , соответствующий моменту

времени t_{22} в системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$, запишется как:

$$V_{22} = \frac{V_{12} - V}{1 - \frac{V \cdot V_{11}}{c^2}} \quad (9)$$

$$V_{12} = \frac{V_{22} + V}{1 + \frac{V \cdot V_{22}}{c^2}} \quad (10)$$

С помощью формул (3) - (6) можно написать связь между значениями времен t_{11} , t_{21} и t_{12} , t_{22} :

$$t_{11} = \frac{t_{21} + \frac{V \cdot x_{21}}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad (11)$$

$$t_{21} = \frac{t_{11} - \frac{V \cdot x_{11}}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad (12)$$

$$t_{12} = \frac{t_{22} + \frac{V \cdot x_{22}}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad (13)$$

$$t_{22} = \frac{t_{12} - \frac{V \cdot x_{12}}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad (14)$$

Из формул (12) и (14) можно получить, что в случае, если $t_{11} = t_{12}$, то:

$$t_{21} + \frac{V \cdot x_{21}}{c^2} = t_{22} + \frac{V \cdot x_{22}}{c^2} \quad (15)$$

Учитывая, что всегда $x_{21} \geq 0$ и $x_{22} \leq 0$ (исходное условие), из формулы (15) видно, что величина времени t_{22} должна быть всегда больше величины времени t_{21} :

$$t_{21} < t_{22} \quad (16)$$

для случая, когда $t_{11} = t_{12}$, $x_{21} \neq 0$ и $x_{22} \neq 0$.

Зависимости координат x_{11} и x_{12} и скоростей движения V_{11} и V_{12} тел 1 и 2 соответственно от времени t_1 в инерциальной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ изображены на рис.5.

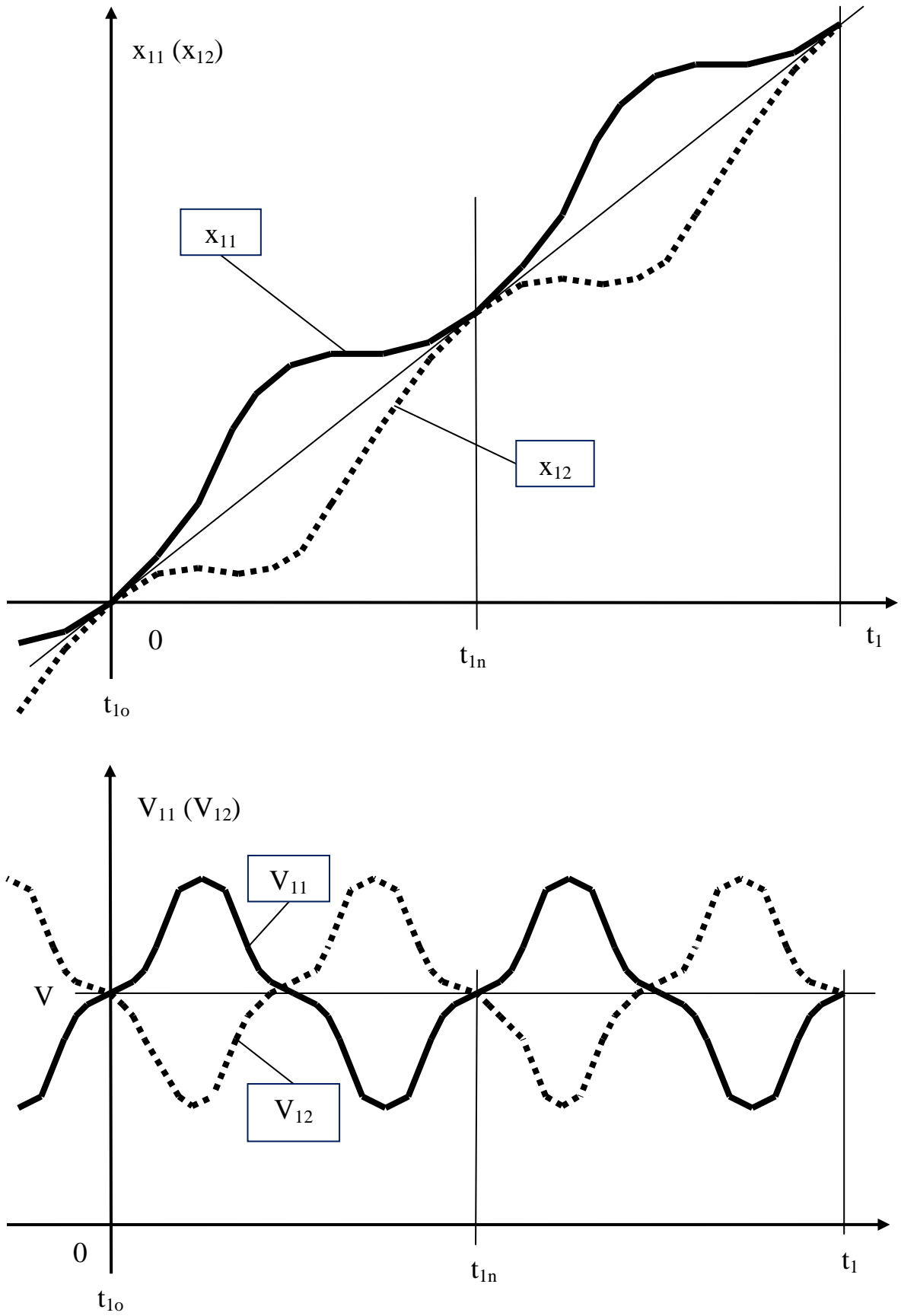


Рис.5

Зная зависимость импульса тела от скорости его движения [2] можно

записать формулы для импульсов P_{11} и P_{12} тел 1 и 2 в инерциальной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$:

$$P_{11} = \frac{M_0 \cdot V_{11}}{\sqrt{1 - \frac{V_{11}^2}{c^2}}} \quad (17)$$

$$P_{12} = \frac{M_0 \cdot V_{12}}{\sqrt{1 - \frac{V_{12}^2}{c^2}}} \quad (18)$$

Импульс P_1 системы тел 1 и 2 (и пружины 3) в инерциальной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ будет равен:

$$P_1 = P_{11} + P_{12} = M_0 \cdot \left(\frac{V_{11}}{\sqrt{1 - \frac{V_{11}^2}{c^2}}} + \frac{V_{12}}{\sqrt{1 - \frac{V_{12}^2}{c^2}}} \right) \quad (19)$$

Учитывая рис.5, зависимость импульса P_1 системы тел 1 и 2 (и пружины 3) от времени t_1 в инерциальной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ будет выглядеть, как показано на рис.6.

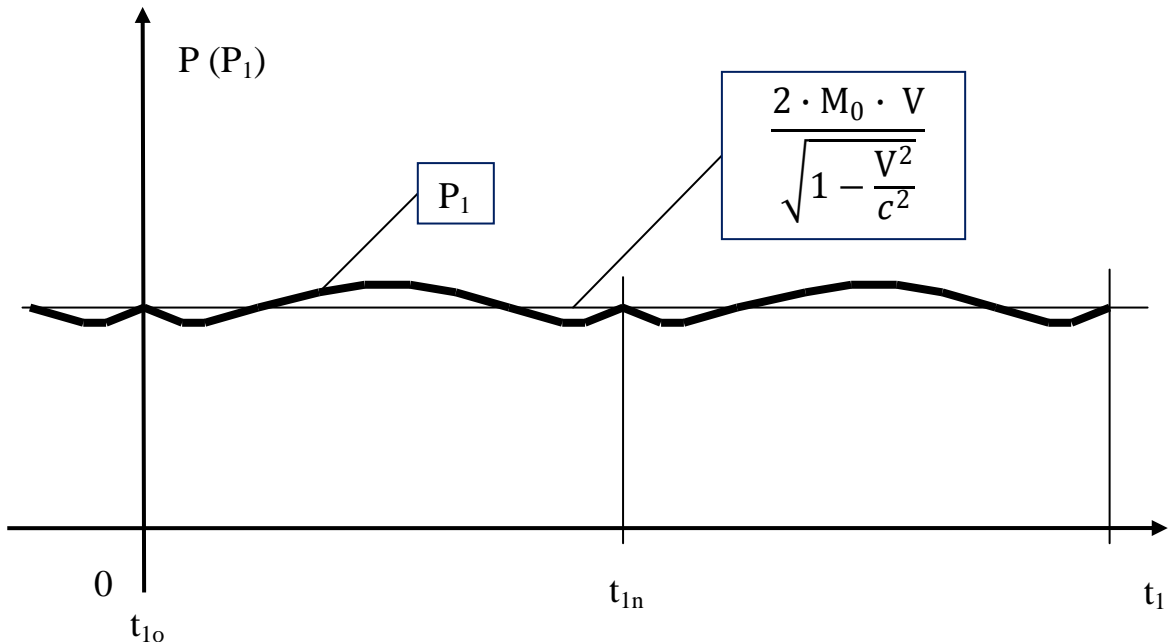


Рис.6

Из рис.6 видно, что в инерциальной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ замкнутая механическая система тел 1 и 2 (и пружины 3) имеет переменный во времени t_1 по абсолютной величине и направлению вектор

импульса P_1 (т.е. импульс P_1 этой замкнутой системы является функцией времени t_1).

А т.к. в рассматриваемом примере система тел 1 и 2 (и пружины 3) – замкнутая, система отсчета $O_1x_1y_1z_1$ – инерциальная, то эта переменность величины импульса противоречит закону сохранения импульса [2], утверждающему, что в инерциальной системе отсчета величина импульса замкнутой механической системы обязательно должна быть постоянна (не зависеть от величины момента времени).

В итоге можно сделать вывод, что в инерциальной системе отсчета применение специальной теории относительности при описании движения замкнутой механической системы тел, рассматриваемой в данном примере, приводит к невыполнению закона сохранения импульса.

3. Определение условия выполнения закона сохранения импульса

Чтобы проверить полученные выше результаты, постараемся определить условие, при котором в инерциальной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ для замкнутой системы, состоящей из тел 1 и 2 (и пружины 3) будет выполняться закон сохранения импульса.

Для рассмотрения выберем в инерциальной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ два момента времени t_1 и определим условие, обеспечивающее постоянство величины импульса системы тел 1 и 2 (и пружины 3) для этих двух моментов времени.

В качестве первого момента времени t_1 выберем момент времени t_{10} (когда $t_{10} = 0$).

Как показано на рис.7, в инерциальной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ в момент времени t_{10} тела 1 и 2 будут находиться в одной точке (точки S_1, S_2, S и начало координат O_1 совпадают), координата x_{110} тела 1 и координата x_{120} тела 2 будут равны нулю:

$$x_{110} = x_{120} = 0 \quad (20)$$

скорость V_{11_0} тела 1 и скорость V_{12_0} тела 2 будут равны V (скорости движения системы отсчета $O_2x_2y_2z_2$ относительно системы отсчета $O_1x_1y_1z_1$):

$$V_{11_0} = V_{12_0} = V \quad (21)$$

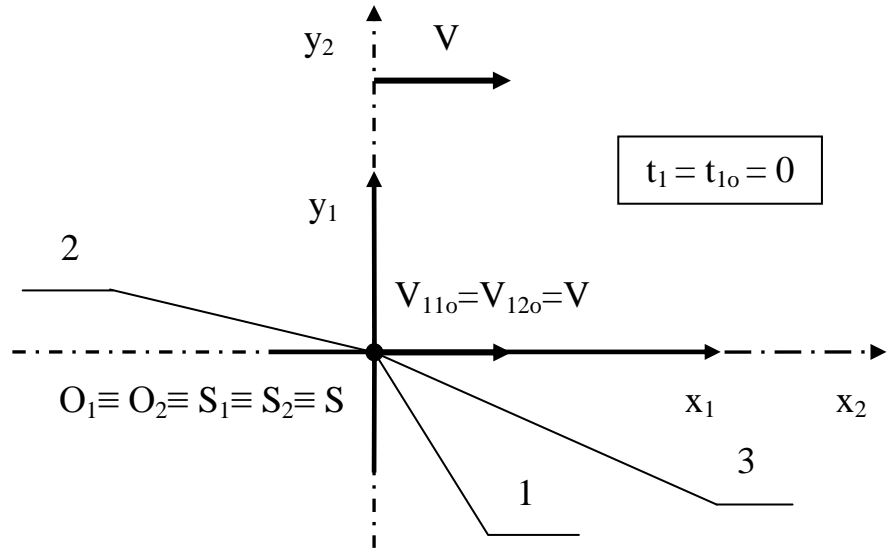


Рис. 7

В инерциальной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ в момент времени t_2 , равный t_{2_0} (когда $t_2=0$) и соответствующий моменту времени t_{1_0} в системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$, тела 1 и 2 будут находиться в одной точке (точки S_1 , S_2 , S и начало координат O_2 совпадают), координата x_{21_0} тела 1 и координата x_{22_0} тела 2 будут равны нулю:

$$x_{21_0} = x_{22_0} = 0 \quad (22)$$

скорость V_{21_0} тела 1 и скорость V_{22_0} тела 2 будут равны 0:

$$V_{21_0} = V_{22_0} = 0 \quad (23)$$

Как уже отмечалось выше, в инерциальной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ в момент времени t_{1_0} ($t_1=0$) и в инерциальной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ в момент времени t_{2_0} ($t_2=0$) тела 1 и 2 будут находиться в одной точке (точки S_1 , S_2 , S и начала координат O_1 и O_2 совпадают), при этом пружина 3 будет полностью сжата.

Используя формулы (19) и (21) можно получить, что в инерциальной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ в момент времени t_{1_0} ($t_1=0$) система тел 1 и 2 (и

пружины 3) имеет импульс P_{1o} , равный:

$$P_{1o} = P_{11o} + P_{12o} = \frac{2 \cdot M_0 \cdot V}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad (24)$$

В качестве второго момента времени, изображенного на рис.8, в инерциальной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ выберем момент времени t_1 , равный t_{1t} , когда пружина 3 со стороны тела 1 полностью разжата, при этом скорость V_{11t} тела 1 равна V (скорости движения системы отсчета $O_2x_2y_2z_2$ относительно системы отсчета $O_1x_1y_1z_1$):

$$V_{11t} = V \quad (25)$$

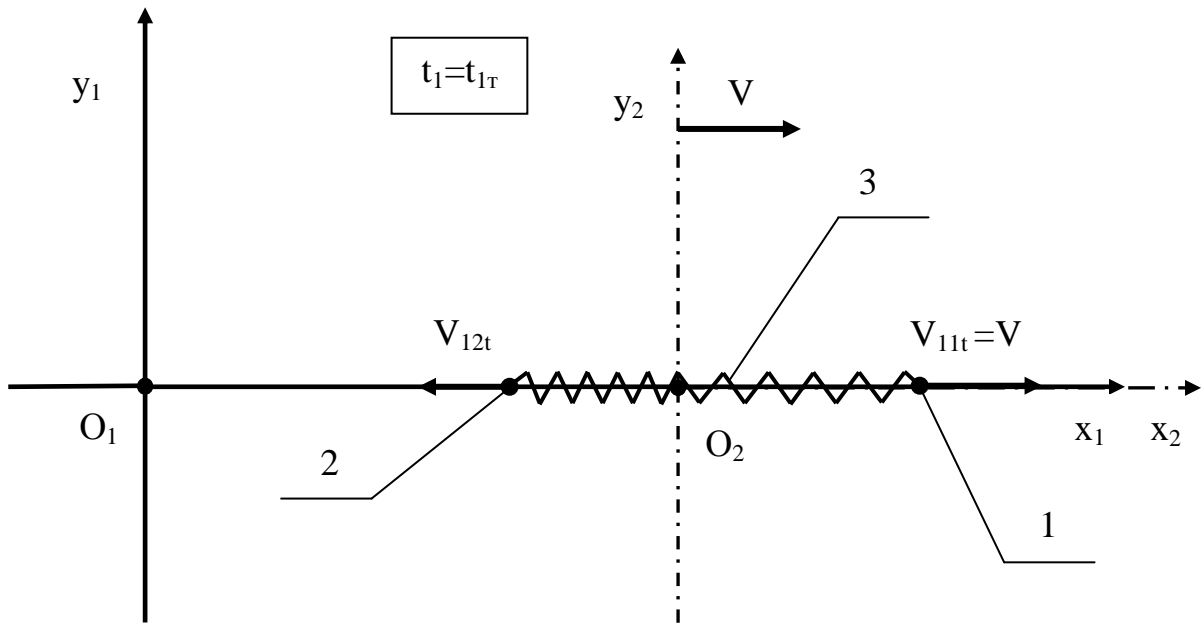


Рис. 8

В инерциальной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ в момент времени t_2 , равный t_{21t} и соответствующий моменту времени t_{1t} в системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$, координата x_{21t} тела 1 будет иметь максимальное значение, т.к. в момент времени t_{21t} пружина 3 полностью разжата (и имеет максимальную потенциальную энергию растяжения) и тело 1 - неподвижно, вследствие этого скорость V_{21t} тела 1 в момент времени t_{21t} будет равна нулю:

$$V_{21t} = 0 \quad (26)$$

В инерциальной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ в момент времени t_{1t} тело 2

имеет некоторую скорость V_{12t} .

В инерциальной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ в момент времени t_2 , равный t_{22t} и соответствующий моменту времени t_{1t} в системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$, координата x_{22t} тела 2 не может иметь максимальное значение, т.к. в момент времени t_{22t} пружина 3 не полностью разжата (и не имеет максимальную потенциальную энергию), следовательно скорость V_{22t} тела 2 в момент времени t_{22t} не может быть равна нулю 0:

$$V_{22t} \neq 0 \quad (27)$$

в связи с тем, что согласно условию (16) момент времени t_{22t} всегда должен быть больше момента времени t_{21t} .

Из формул (10) и (27) следует, что в инерциальной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ в момент времени t_{1t} скорость V_{12t} тела 2 не может быть равно V (скорости движения системы отсчета $O_2x_2y_2z_2$ относительно системы отсчета $O_1x_1y_1z_1$):

$$V_{12t} \neq V \quad (28)$$

Используя формулы (17) - (19) и (25), можно получить, что в инерциальной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ в момент времени t_{1t} система тел 1 и 2 (и пружины 3) имеет импульс P_{1t} , равный:

$$P_{1t} = P_{11t} + P_{12t} = \frac{M_0 \cdot V}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} + \frac{M_0 \cdot V_{12t}}{\sqrt{1 - \frac{V_{12t}^2}{c^2}}} \quad (29)$$

В связи с тем, что механическая система тел 1 и 2 (и пружины 3) является замкнутой, закон сохранения импульса позволяет записать для моментов времени t_{1o} и t_{1t} в инерциальной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ следующее уравнение:

$$P_{1o} = P_{1t} \quad (30)$$

или, исходя из формул (24) и (29):

$$\frac{2 \cdot M_0 \cdot V}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{M_0 \cdot V}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} + \frac{M_0 \cdot V_{12t}}{\sqrt{1 - \frac{V_{12t}^2}{c^2}}} \quad (31)$$

Из уравнения (31) следует, что необходимым условием (значением

скорости V_{12t}), при котором в рассматриваемом примере будет выполняться закон сохранения импульса в инерциальной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$, является:

$$V_{12t} = V \quad (32)$$

или с учетом формулы (9):

$$V_{22t} = 0 \quad (33)$$

Уравнения (32) и (33) показывают, что для выполнения закона сохранения импульса необходимо, чтобы:

$$V_{11t} = V_{12t} = V \quad (34)$$

$$V_{21t} = V_{22t} = 0 \quad (35)$$

А для выполнения уравнения (35) требуется, чтобы:

$$t_{21t} = t_{22t} \quad (36)$$

В итоге в рассматриваемом примере в инерциальной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ имеем два противоречащих друг другу требования:

- закон сохранения импульса требует выполнение условия (36),
- специальная теория относительности требует, чтобы выполнялось условие (16), возникающее вследствие не одновременности происходящих в инерциальной системе отсчета $O_2x_2y_2z_2$ событий, которые в инерциальной системе отсчета $O_1x_1y_1z_1$ происходят одновременно.

4. Заключение

В заключение можно отметить, что использование специальной теории относительности при рассмотрении отдельных примеров может привести к невыполнению закона сохранения импульса замкнутой механической системы в инерциальных системах отсчета.

Список литературы

1. Cochetkov V.N., Special Relativity: Depending on the Definition of the Momentum of a Closed System of Bodies from Time, Journal of Vectorial Relativity (JVR) 6 (2011) 1 65-76.
2. Яворский Б.М., Детлаф А.А., Справочник по физике, Наука, Москва (1980).