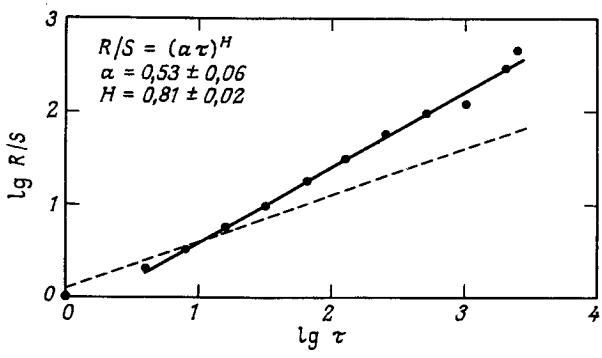

РИС. 9.8. Отношение R/S в зависимости от запаздывания τ для фрактальной броуновской функции $B_H(t)$ с $H = 0{,}9$. Штриховой линией показана асимптотическая зависимость для гауссова процесса с независимыми значениями, $R/S = \sqrt{\pi\tau/2}$. Сплошная линия – аппроксимация $R/S = (a\tau)^H$ при $H = 0{,}81 \pm 0{,}02$ и $a = 0{,}53 \pm 0{,}06$.

мыми приращениями, показанному на рис. 9.1. Для нашей модели показатель Херста равен $H = 0{,}510 \pm 0{,}008$, что хорошо согласуется с теоретическим значением $H = 1/2$.

На рис. 9.8 приведены результаты расчета R/S для фрактальной броуновской функции $B_{0,9}(t)$, показанной на рис. 9.4, *в*. Как видим, эти результаты сильно отличаются от случая обычного броуновского процесса. Однако найденное значение показателя Херста $H = 0{,}81 \pm 0{,}02$ несколько меньше значения $H = 0{,}9$, использованного при моделировании. Впрочем, следует помнить, что наша модель дает лишь *приближенно* фрактальные броуновские функции, поскольку мы используем конечное время памяти $M = 700$ и конечное разрешение $n = 8$. Поэтому вполне естественно, что оценка показателя Херста по численной модели несколько занижена, – при запаздывании $\tau > 700$ наша модель переходит в гауссов процесс с независимыми значениями, а для него $H = 1/2$. Можно заключить, что показатель Херста можно точно оценить, анализируя хорошо определенные наборы данных, состоящие примерно из 2500 измерений.

9.8. Последовательные случайные сложения

Р. Ф. Фосс предложил методы построения не только обычной фрактальной броуновской функции, но и фрактальных броуновских поверхностей и объемов. Свой алгоритм он назвал *последовательным случайным сложением* [214]. Используя для иллюстрации рис. 9.9, опишем этот алгоритм.

Чтобы построить обобщенную броуновскую кривую, высота или вертикальная координата $X(t)$ которой описывается законом обобщен-