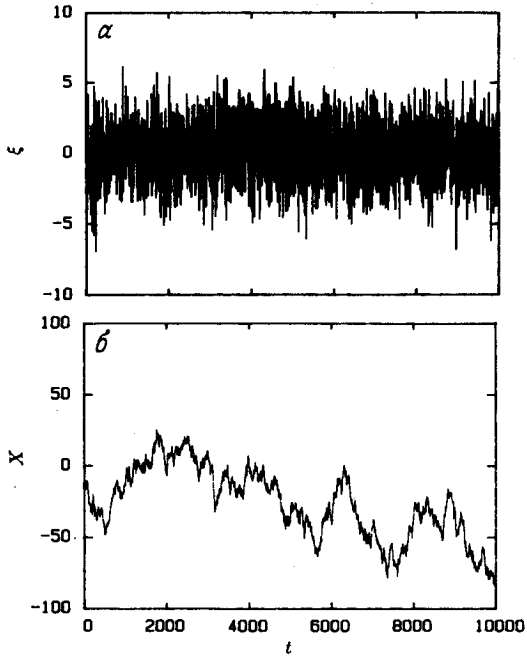

РИС. 9.3. Последовательность независимых гауссовых случайных чисел с нулевым средним и единичной дисперсией при «регистрации» на каждом четвертом временном шаге, т.е. через интервалы времени 4τ: *а* – независимые случайные шаги «частицы»; *б* – координата частицы. Единица измерения времени – «неделимый» период τ между шагами.

же методами, что и выше, и мы получаем выражение

$$P(X(t) - B(t_0)) = \frac{1}{\sqrt{4\pi\mathscr{D}\,|t - t_0|}} \exp\left(-\frac{[X(t) - X(t_0)]^2}{4\mathscr{D}\,|t - t_0|}\right), \tag{9.9}$$

которое удовлетворяет соотношению подобия

$$P(b^{1/2}[X(bt) - X(bt_0)]) = b^{-1/2} P(X(t) - X(t_0)). \tag{9.10}$$

Зная распределение вероятности координаты частицы, можно найти следующие выражения для среднего значения координаты и ее дисперсии:

$$\langle X(t) - X(t_0)\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \Delta X P(\Delta X, t - t_0)\, d\Delta X = 0,$$

$$\langle [X(t) - X(t_0)]^2\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \Delta X^2 P(\Delta X, t - t_0)\, d\Delta X = 2\mathscr{D}\,|t - t_0|, \tag{9.11}$$

где $X(t_0)$ – координата частицы в некоторый начальный момент t_0, а ΔX – приращение координаты, $\Delta X = X(t) - X(t_0)$.

Координата броуновской частицы $X(t)$ – *случайная функция* времени t. Винер [218] следующим образом ввел случайную функцию, описывающую броуновское движение. Рассмотрим стандартный гауссов случай-