Затем Херст произвел интересное обобщение своей процедуры, приведшее к смещенному случайному ряду: «Колода тасуется и открывается одна карта; после записывания номера на карте она возвращается в колоду. Затем колода сдается на две руки и если, к примеру, на открытой карте стояло число $+3$, то 3 карты с наибольшими положительными числами передаются с первой руки на вторую и со второй руки снимаются 3 карты с наибольшими отрицательными числами. При этом на второй руке накапливается определенное смещение. После этого на нее передается джокер». Как и раньше, это смещенное вероятностное распределение карт на второй руке Херст использовал для генерации случайной последовательности. Если при снятии открывается джокер, то колода перетасовывается и начинается новая смещенная сдача.

Херст проделал 6 таких экспериментов, в каждом из которых было по 1000 снятий колоды, и определил значение показателя $H = 0{,}714 \pm \pm 0{,}091$, которые согласуется с его наблюдениями долговременной статистики природных явлений!

Мы смоделировали такое смещенное случайное блуждание, и получившаяся последовательность значений случайной переменной $\xi(t)$ (рис. 8.7, *а*) сильно отличается от аналогичной последовательности независимых случайных чисел, показанной на рис. 8.5, *а*. Накопленное отклонение от среднего $X(t) = \sum_{u=1}^{t} \xi(t)$, изображенное на рис. 8.7, *б*, обнаруживает сильные вариации при меньшем «шуме». Итак, при малых значениях запаздывания τ размах выборки R, деленный на *среднее по выборке* значение S, меньше, чем значение этого отношения для процесса с независимыми приращениями (см. рис. 8.5, *б*). Однако при значениях τ, превышающих 100, величина R/S для смещенного процесса заметно выше, чем для несмещенного. Аппроксимируя полученные значения R/S в диапазоне $20 < \tau < 2500$, мы получили $a = 0{,}62 \pm 0{,}07$ и показатель $H = 0{,}71 \pm 0{,}01$, что согласуется с экспериментами Херста с вероятностными картами.

Становится ясным, что смещенный процесс Херста приводит к отклонениям, которые поддерживаются в среднем в течение $\tau = n$ снятий колоды, если на каждой руке n карт. В данном случае джокер открывается в среднем после 27 снятий колоды. Поэтому если на какой-то руке накоплено положительное смещение, суммарное число будет увеличиваться, а если смещение отрицательно, будет тенденция к дальнейшему уменьшению. На больших примежутках времени полученная таким образом случайная последовательность будет близка к случайному процессу с независимыми приращениями и асимптотическое поведение по-прежнему будет описываться соотношением (8.6).

Рис. 8.8 иллюстрирует R/S-анализ описанного выше смещенного процесса Херста при 100 000 снятиях вероятностной колоды. Прямая, полученная аппроксимацией данных для $\tau > 20$, дает $a = 0{,}8 \pm 0{,}2$ и *кажущееся* значение показателя Херста $H = 0{,}65 \pm 0{,}02$. Ясно, что эта прямая не очень хорошо описывает результаты моделирования. Если вычислить кажущееся значение показателя Херста, аппроксимируя ре-