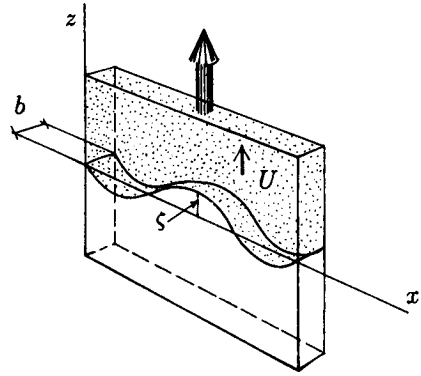
РИС. 4.1. Геометрия канала Хеле-Шоу.



где p – давление, ρ – плотность и g – составляющая ускорения свободного падения вдоль оси z ячейки. Подвижность определяется величиной $M = k/\mu$, а потенциал течения – величиной $\phi = (p + \rho g z)$. Для ячейки, расположенной горизонтально, $g = 0$. Вязкость жидкости равна μ, а *проницаемость* ячейки Хеле-Шоу – величине

$$k = \frac{b^2}{12}. \tag{4.2}$$

Заметим, что скорость в уравнении (4.1) есть *средняя* скорость по толщине ячейки (ширине зазора). Для несжимаемых жидкостей из уравнения неразрывности получаем

$$\nabla \cdot \mathrm{U} = -\nabla^2 (p + \rho g z) = \nabla^2 \phi = 0. \tag{4.3}$$

Это уравнение Лапласа. Именно такому уравнению удовлетворяет потенциал в задачах электростатики, диффузии и во многих других областях, поэтому мы можем назвать течения, описываемые уравнением (4.3), потенциальными течениями. Чтобы найти решение – скорость течения, мы должны помимо уравнения Лапласа удовлетворить граничным условиям, например заданному давлению на обоих концах ячейки и нулевой скорости жидкости всюду, где жидкость соприкасается со стенками.

Рассмотрим ситуацию, изображенную на рис. 4.1, где одна жидкость (обозначим ее индексом 1) вытесняет другую жидкость (обозначим ее индексом 2). Поверхность раздела между двумя жидкостями, когда они покоятся, определяется действием капиллярных сил, и между двумя жидкостями существует разность давлений

$$(p_1 - p_2) = \sigma\left(\frac{1}{R_x} + \frac{1}{R_y}\right). \tag{4.4}$$

Здесь σ – поверхностное натяжение на границе раздела между двумя жидкостями. Два главных радиуса кривизны R_x и R_y описывают границу раздела жидкостей локально, как показано на рис. 4.2. Усло-