случайно блуждает вдоль линии с шагами единичной длины. Этот случайный процесс является упрощенным вариантом случайного блуждания, которое имеет гауссово распределение длин шагов и обсуждается в следующей главе. Можно показать, что на периодах, намного превышающих время между шагами, и на расстояниях, намного превышающих длину шага, рассматриваемое случайное блуждание с единичным шагом асимптотически переходит в обычное броуновское движение.

Мы рассчитали значения R/S для данных, подобных показанным на рис. 8.5, начав с последовательности из $\tau = T = 50\ 000$ бросаний 10 монет. Промежуток времени τ, на котором анализировалась временная последовательность, называется *запаздыванием*. Мы уменьшили запаздывание τ вдвое и получили из исходного временного ряда два независимых значения R/S, характеризующих по отдельности половинные выборки. Затем τ уменьшалось вдвое еще и еще раз до тех пор, пока не выполнялось условие $\tau < 8$; на каждом шаге число независимых областей удваивалось. Как следует из определений (8.3) и (8.4), при $\tau = 1$ R/S должно быть равно 1.

Результаты, соответствующие одному и тому же значению запаздывания τ, усреднялись и значения R/S откладывались в двойном логарифмическом масштабе как функция запаздывания (рис. 8.6).

Асимптотика отношения R/S, ожидаемая для независимой случайной переменной и описываемая соотношением (8.6), показана на рис. 8.6 штриховой линией. Как видим, результаты нашего моделирования хорошо описываются асимптотическим законом при $\tau > 20$, но при $\tau < 20$ кривая проходит значительно ниже асимптотики. Если с помощью метода наименьших квадратов аппроксимировать наблюдаемые значения R/S законом $(a\tau)^H$ при $\tau > 20$, получаем оценки $a = 1{,}3 \pm 0{,}1$ и $H = 0{,}503 \pm 0{,}008$, которые согласуются с асимптотической зависимостью $(1{,}57\tau)^{1/2}$. Указанные ошибки представляют собой стандартные отклонения, найденные из ковариационной матрицы, которая получена при аппроксимации. Таким образом, эти ошибки характеризуют, насколько хорошо наблюдаемые значения укладываются на штриховую прямую. Обычно изменения H от одной серии бросаний монеты к другой несколько превышают приведенные ошибки. Например, если в аппроксимацию включить все точки с $\tau \geqslant 4$, получаются оценки $a = 1{,}04 \pm 0{,}08$ и $H = 0{,}516 \pm 0{,}006$, дающие завышенное значение H и заниженное значение a. Уже отмечалось [143], что при аппроксимации данных эмпирическим законом $R/S = (\tau/2)^H$ Херст обычно получал завышенные оценки H при $H < 0{,}72$ и заниженные при $H > 0{,}72$. Было бы несправедливо не отметить, что Херст полностью понимал эту тонкость и использовал этот простой закон только потому, что у него было недостаточно данных, чтобы рассмотреть более сложную аппроксимацию, подобную нашей; в связи со своим экспериментом с бросанием монет он пишет: «Короткие последовательности, характеризуемые небольшими значениями K, неотличимы от случайных последовательностей».